

Государственное казенное образовательное учреждение  
высшего образования  
«Российская таможенная академия»

Кафедра таможенной статистики

**ПРОГРАММА**  
**вступительного испытания по предмету**  
**«МАТЕМАТИКА»**

Люберцы  
2020

Ответственный за подготовку программы: Н.В. Ширкунова, и.о. зав. кафедрой таможенной статистики Российской таможенной академии, канд. экон. наук, доцент

Автор

Н.В. Ширкунова, и.о. зав. кафедрой таможенной статистики Российской таможенной академии, канд. экон. наук, доцент

Программа вступительного испытания составлена с учетом требований федерального государственного образовательного стандарта среднего (полного) общего образования и федерального государственного образовательного стандарта основного общего образования и с учетом уровня сложности ЕГЭ по соответствующему общеобразовательному предмету.

Программа рассмотрена и одобрена на заседании кафедры таможенной статистики Российской таможенной академии (протокол от «31» августа 2020 г. № 1)

Программа одобрена на заседании Учебно-методического совета Российской таможенной академии (протокол от «30» сентября 2020 г. № 2)

## ЦЕЛИ И ЗАДАЧИ ИСПЫТАНИЯ

**Целью вступительного испытания** является определение у поступающих уровня подготовленности, необходимого для последующего освоения образовательных программ бакалавриата и специалитета.

**Задачей вступительного испытания** является:

– определение уровня сформированности компетенций, наличия знаний и умений, необходимых для дальнейшего обучения по соответствующей образовательной программе высшего образования.

Максимально возможное количество баллов при прохождении вступительного испытания – 100. Минимальное количество баллов, подтверждающее успешное прохождение вступительного испытания, определяется правилами приема в Российскую таможенную академию.

## ФОРМА ПРОВЕДЕНИЯ ВСТУПИТЕЛЬНОГО ИСПЫТАНИЯ

На вступительное испытание выносится материал в объеме, предусмотренном программой вступительного испытания при приеме на обучение по программам бакалавриата и специалитета.

Экзаменационное задание включает в себя тестовые задания открытого типа, практические задания. Содержание заданий относится к различным разделам программы с тем, чтобы возможно более полно охватить материал программы.

## ТРЕБОВАНИЯ К УРОВНЮ ОСВОЕНИЯ УЧЕБНОГО МАТЕРИАЛА

По итогам подготовки по программе и для успешной сдачи вступительного испытания поступающий должен:

**знать:**

- свойства степенней, показательных, логарифмических и тригонометрических выражений;
- свойства и графики линейной, квадратичной, степенной, показательной, логарифмической и тригонометрических функций;
- методы решения уравнений, неравенств, систем уравнений и неравенств;
- методы алгебры и тригонометрии – при решении геометрических задач;
- свойства плоских фигур. Теоремы планиметрии;
- свойства пространственных фигур. Теоремы стереометрии;

**уметь:**

- производить арифметические действия над числами, заданными в виде десятичных и обыкновенных дробей; с требуемой точностью округлять данные числа и результаты вычислений;
- проводить тождественные преобразования многочленов, дробей, содержащих переменные, выражений, содержащих степенные, показательные, логарифмические и тригонометрические функции;
- строить графики линейной, квадратичной, степенной, показательной, логарифмической и тригонометрических функций;
- решать уравнения и неравенства первой и второй степени, уравнения и неравенства, приводящиеся к ним; решать системы уравнений и неравенств первой и второй степени и приводящиеся к ним. Алгебраические уравнения и неравенства высших степеней, иррациональные уравнения и неравенства, простейшие уравнения и неравенства, содержащие степенные, показательные, логарифмические и тригонометрические функции.
- решать задачи на составление уравнений и систем уравнений;
- изображать геометрические фигуры на чертеже и производить простейшие построения на плоскости;
- использовать геометрические представления при решении алгебраических задач, методы алгебры и тригонометрии – при решении геометрических задач;
- анализировать взаимное расположение объектов в пространстве;
- решать планиметрические и стереометрические задачи на нахождение геометрических величин (длин, углов, площадей, объемов);
- использовать при решении стереометрических задач планиметрические факты и методы;
- проводить операции над векторами (сложение и вычитание векторов, умножение вектора на число) и пользоваться свойствами этих операций для решения геометрических задач;
- пользоваться понятием производной при исследовании функции на возрастание (убывание), на экстремум функции;
- решать комбинаторные задачи методом перебора, а также с использованием формул;
- вычислять в простейших случаях вероятности событий на основе подсчета числа исходов.

## СОДЕРЖАНИЕ ПРОГРАММЫ

### Тема 1. Основные математические понятия и факты арифметики, алгебры

Натуральные числа ( $N$ ). Простые и составные числа. Делитель, кратное. Наибольший общий делитель, наименьшее общее кратное.

Признаки делимости на 2, 3, 5, 9, 10.

Целые числа ( $Z$ ). Рациональные числа ( $Q$ ), их сложение, вычитание, умножение и деление. Сравнение рациональных чисел.

Действительные числа ( $R$ ), их представление в виде десятичных дробей.

Изображение чисел на прямой. Модуль действительного числа, его геометрический смысл.

Числовые выражения. Выражения с переменными. Формулы сокращенного умножения.

Степень с натуральным и рациональным показателями. Арифметический корень.

Логарифмы, их свойства. Логарифм произведения, степени, частного.

Одночлен и многочлен.

Многочлен с одной переменной. Корень многочлена. Формула корней квадратного трехчлена. Разложение квадратного трехчлена на множители.

Понятие функции. Способы задания функции. Область определения. Множество значений функции.

График функции. Возрастание и убывание функции; периодичность, четность, нечетность.

Достаточное условие возрастания (убывания) функции на промежутке. Понятие экстремума функции. Необходимое условие экстремума функции. Достаточное условие экстремума. Наибольшее и наименьшее значение функции на промежутке.

Определения, основные свойства и графики элементарных функций: линейной  $y = kx + b$ , квадратичной  $y = ax^2 + bx + c$ , степенной  $y = ax^n$  ( $n \in N$ ),  $y = \frac{k}{x}$ , показательной  $y = a^x$ ,  $a > 0$ , логарифмической, тригонометрических функций ( $y = \sin x$ ,  $y = \cos x$ ,  $y = \operatorname{tg} x$ ,  $y = \operatorname{ctg} x$ ), арифметического корня  $y = \sqrt{x}$ .

Уравнение. Корни уравнения. Понятие о равносильных уравнениях.

Неравенства. Свойства числовых неравенств. Решения неравенств. Понятие о равносильных неравенствах.

Система уравнений и неравенств. Решения системы.

Арифметическая и геометрическая прогрессии. Формула  $n$ -го члена и суммы первых  $n$  членов арифметической прогрессии. Формула  $n$ -го члена и суммы первых  $n$  членов геометрической прогрессии.

## **Тема 2. Основные математические понятия и факты алгебры и начала анализа**

Основное тригонометрическое тождество, зависимость между тригонометрическими функциями одного аргумента, синус и косинус суммы и разности двух аргументов (формулы). Тригонометрические функции двойного аргумента. Преобразование в произведение сумм  $\sin \alpha \pm \sin \beta$ ,  $\cos \alpha \pm \cos \beta$ . Формулы приведения.

Производная. Ее физический и геометрический смысл. Производные основных элементарных функций,  $y = \sin x$ ,  $y = \cos x$ ,  $y = \operatorname{tg} x$ ,  $y = e^x$ ,  $y = ax^n$  ( $n \in \mathbb{Z}$ ),  $y = \ln x$ ,  $y = f(kx+b)$ . Правила вычисления производной. Уравнение касательной к графику функции. Промежутки возрастания и убывания функции, точки экстремума.

Неопределенный интеграл. Интегралы основных элементарных функций. Определенный интеграл. Формула Ньютона-Лейбница.

## **Тема 3. Планиметрия**

Точка, прямая, луч, отрезок, ломаная; длина отрезка. Угол, величина угла. Вертикальные и смежные углы. Окружность, круг. Параллельные и перпендикулярные прямые. Признаки параллельности прямых. Свойства точек, равноудаленных от концов отрезка.

Векторы. Операции над векторами.

Многоугольник, его вершины, стороны, диагонали.

Треугольник. Сумма углов треугольника. Сумма внешних углов выпуклого многоугольника. Медиана, биссектриса, высота. Виды треугольников. Свойства равнобедренного треугольника. Соотношения между сторонами и углами прямоугольного треугольника.

Четырехугольник: параллелограмм, прямоугольник, ромб, квадрат, трапеция. Их признаки и свойства.

Формулы площади: треугольника, прямоугольника, параллелограмма, ромба, квадрата, трапеции.

Окружность и круг. Центр, хорда, диаметр, радиус, касательная к окружности и ее свойства. Дуга окружности. Сектор. Центральные и вписанные углы. Окружность, описанная около треугольника. Окружность, вписанная в треугольник.

Длина окружности и длина дуги окружности. Радианная мера угла. Площадь круга и площадь сектора.

Виды симметрий. Преобразования подобия и его свойства. Подобные фигуры. Отношение площадей подобных фигур. Признаки подобия треугольника.

#### **Тема 4. Стереометрия**

Плоскость. Параллельные и пересекающиеся плоскости. Параллельность прямой и плоскости. Признак параллельности прямой и плоскости. Признак параллельности плоскостей. Перпендикулярность двух плоскостей. Теорема о параллельности и перпендикулярности плоскостей. Теорема о трех перпендикулярах.

Угол между прямой и плоскостью. Перпендикуляр к плоскости.

Двугранные углы. Линейный угол двугранного угла. Перпендикулярность двух плоскостей.

Многогранники, их вершины, грани, диагонали. Прямая и наклонная призмы, пирамиды. Правильная призма и правильная пирамида. Параллелепипеды, их виды.

Фигуры вращения: цилиндр, конус, сфера, шар. Центр, диаметр, радиус сферы и шара. Плоскость, касательная к сфере.

Формулы площади поверхности и объема призмы.

Формулы площади поверхности и объема пирамиды.

Формулы площади поверхности и объема цилиндра.

Формулы площади поверхности и объема конуса.

Формулы объема шара.

Формулы поверхности сферы.

#### **Тема 5. Элементы комбинаторики, теории вероятностей и математической статистики**

Случайные события. Элементарные исходы испытаний. Вероятность случайного события. Сочетания. Перестановки. Размещения.

## **ПЕРЕЧЕНЬ ОСНОВНОЙ И ДОПОЛНИТЕЛЬНОЙ УЧЕБНОЙ ЛИТЕРАТУРЫ И ИНЫХ ИСТОЧНИКОВ**

### **Основная учебная литература:**

1. Математика. Алгебра и начала математического анализа, геометрия. Алгебра и начала математического анализа. 10-11 класс. Базовый и углубленный уровни. Учебник. Издательство: Просвещение. Москва, 2020 г.
2. Математика. Алгебра и начало математического анализа, геометрия. Геометрия. 10-11 классы. Учебник. Издательство: Просвещение. Москва, 2020 г.
3. Математика. Подготовка к ЕГЭ в 2019 году. Профильный уровень. Диагностические работы Издательство: МЦНМО. (Сост. Ю.А. Березуцкая), Москва, 2020 г.
4. Мордкович, Глизбург, Лаврентьева А.Г. ЕГЭ. Математика. Новый полный справочник школьника для подготовки к ЕГЭ. Издательство: АСТ. Москва, 2020 г.

### **Дополнительная учебная литература:**

1. Ю.Б. Садовничай ЕГЭ 2019. Банк заданий. Математика. Профильный уровень. Задания с развернутым ответом. Издательство: Экзамен. Москва, 2020 г.
2. Гордин Р. К. ЕГЭ 2019. Математика. Геометрия. Планиметрия. Задача 16 (профильный уровень). Издательство: МЦНМО. Москва, 2020 г.
3. Гордин Р. К. ЕГЭ 2019. Математика. Геометрия. Стереометрия. Задача 14 (профильный уровень). Издательство: МЦНМО. Москва, 2020 г.
4. Под ред. И. В. Ященко. ЕГЭ 2019. Математика. Профильный уровень. 14 вариантов. Типовые тестовые задания Издательство: Экзамен. Москва, 2020 г.
5. Потоскуев Е. В. Геометрия. Опорные задачи по геометрии. Планиметрия. Стереометрия. Издательство: Экзамен. Москва, 2017 г.
6. Сборник задач по математике / под ред. М.И. Сканава. Издательство: АСТ: Мир и Образование. Москва, 2019 г.

### **Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»:**

1. <http://www.fipi.ru> – Федеральный институт педагогических измерений.
2. <http://mathege.ru>- Открытый банк заданий ЕГЭ по математике.
3. <https://ege.sdamgia.ru>– Образовательный портал для подготовки к экзаменам



# ТИПОВЫЕ КОНТРОЛЬНЫЕ ЗАДАНИЯ

## ВАРИАНТ № 1

### Часть А

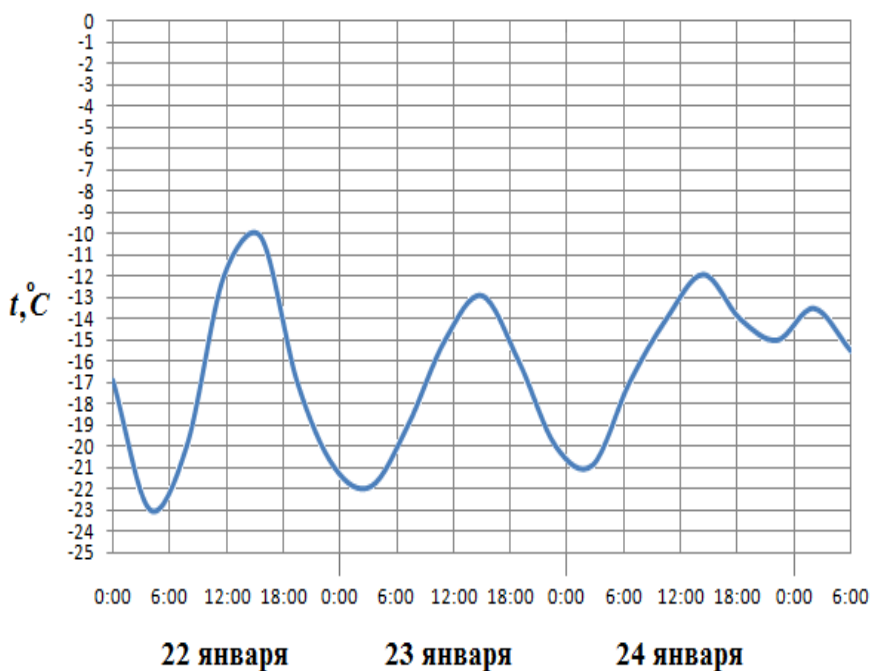
#### Тестовые задания открытого типа

##### Задание 1.

Теплоход рассчитан на 600 пассажиров и 20 членов команды. Каждая спасательная шлюпка может вместить 80 человек. Какое наименьшее число шлюпок должно быть на теплоходе, чтобы в случае необходимости в них можно было разместить всех пассажиров и всех членов команды.

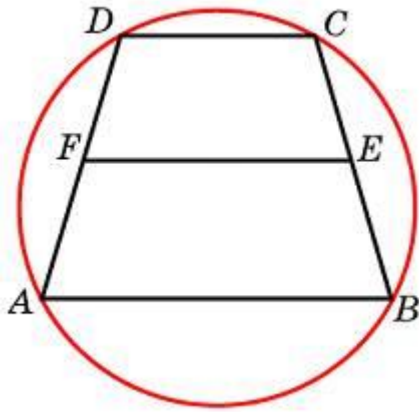
##### Задание 2.

На рисунке показано изменение температуры воздуха на протяжении трех суток. По горизонтали указывается дата и время суток, по вертикали значения температуры в градусах Цельсия. Определите по рисунку наибольшую температуру воздуха 22 января. Ответ дайте в градусах Цельсия.



##### Задание 3.

Около трапеции описана окружность. Периметр трапеции равен 76, средняя линия равна 6. Найдите боковую сторону трапеции.



**Задание 4.** По отзывам покупателей Василий Васильевич оценил надёжность двух интернет-магазинов. Вероятность того, что нужный товар доставят из магазина А, равна 0,9. Вероятность того, что этот товар доставят из магазина Б, равна 0,83. Василий Васильевич заказал товар сразу в обоих магазинах. Считая, что интернет-магазины работают независимо друг от друга, найдите вероятность того, что ни один магазин не доставит товар.

**Задание 5.**

Найдите корень уравнения  $\log_5(5 - x) = \log_5 3$ .

**Задание 6.**

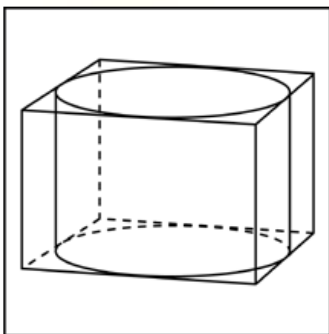
В ромбе ABCD угол CAD равен  $80^\circ$ . Найдите угол ABC. Ответ дайте в градусах.

**Задание 7.**

Прямая  $y = 7x - 5$  параллельна касательной к графику функции  $y = x^2 + 6x - 8$ . Найдите абсциссу точки касания.

**Задание 8.**

Прямоугольный параллелепипед описан около цилиндра, радиус основания и высота которого равны 1. Найдите объем параллелепипеда.



**Задание 9.**

Найдите значение выражения  $5^{3+\log_5 2}$ .

**Задание 10.**

Высота над землей подброшенного вверх мяча меняется по закону  $h(t) = 1,6 + 13t - 5t^2$ , где  $h$  – высота в метрах,  $t$  – время в секундах, прошедшее с момента броска. Сколько секунд мяч будет находиться на высоте не менее 4 метров?

**Задание 11.**

Из пункта А в пункт В одновременно выехали два автомобиля. Первый проехал с постоянной скоростью весь путь. Второй проехал первую половину пути со скоростью 42 км/ч, а вторую половину пути – со скоростью на 28 км/ч большей скорости первого, в результате чего прибыл в пункт В одновременно с первым автомобилем. Найдите скорость первого автомобиля. Ответ дайте в км/ч.

**Задание 12.**

Найдите наименьшее значение функции  $y = (x - 13)e^{x-12}$  на отрезке  $[11; 13]$ .

**Часть В****Практические задания****Задание 13.**

а) Решите уравнение  $\log_2 \left( 5 + 3 \cos \left( 3x - \frac{\pi}{4} \right) \right) = \sin^2 \left( 2x - \frac{2\pi}{3} \right)$

б) Найдите все корни на промежутке  $[-\pi; 2\pi]$

**Задание 14.**

В правильной треугольной призме  $ABCA_1B_1C_1$   $AC = 6$ ,  $AA_1 = 8$ . Через вершину А проведена плоскость, пересекающая ребра  $BB_1$  и  $CC_1$  соответственно в точках М и N. Известно, что  $BM = MB_1$ , а AN является биссектрисой угла  $CAC_1$ .

1) Построить сечение AMN.

2) Найти, в каком отношении эта плоскость делит объем призмы.

**Задание 15.** Решите систему неравенств:

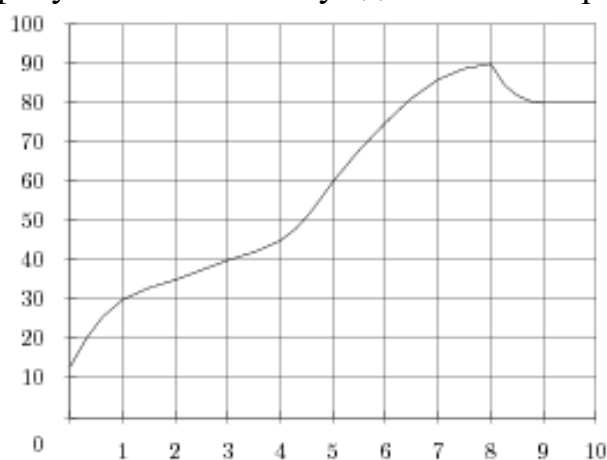
$$\begin{cases} 7^{x - \frac{1}{8}x^2} < 7^{1-x} \cdot (\sqrt[8]{7})^{x^2} + 6 \\ \log_x 2 < \log_{6-x} 2 \end{cases}$$

**ВАРИАНТ № 2****Часть А****Тестовые задания открытого типа****Задание 1.**

Флакон шампуня стоит 200 рублей. Какое наибольшее число флаконов можно купить на 1000 рублей во время распродажи, когда скидка составляет 15%.

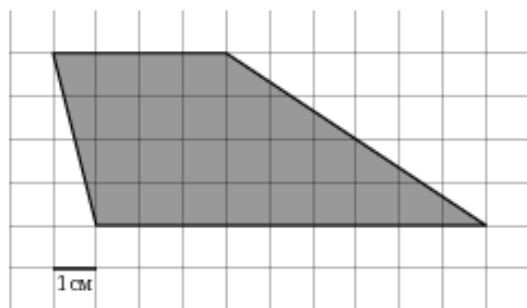
**Задание 2.**

На графике показан процесс разогрева двигателя автомобиля. На оси абсцисс откладывается время в минутах, прошедшее от запуска двигателя, на оси ординат – температура двигателя в градусах Цельсия. Определите по графику за сколько минут двигатель нагреется с  $40^{\circ}\text{C}$  до  $60^{\circ}\text{C}$ .



### Задание 3.

Найдите площадь трапеции, изображенной на клетчатой бумаге с размером клетки 1 см на 1 см. Ответ дайте в квадратных сантиметрах.



### Задание 4.

Чтобы поступить в институт на специальность «Переводчик», абитуриент должен набрать на ЕГЭ не менее 73 баллов по каждому из трёх предметов — математика, русский язык и иностранный язык. Чтобы поступить на специальность «Таможенное дело», нужно набрать не менее 73 баллов по каждому из трёх предметов — математика, русский язык и обществознание.

Вероятность того, что абитуриент З. получит не менее 73 баллов по математике, равна 0,6, по русскому языку — 0,9, по иностранному языку — 0,5 и по обществознанию — 0,6. Найдите вероятность того, что З. сможет поступить на одну из двух упомянутых специальностей.

### Задание 5.

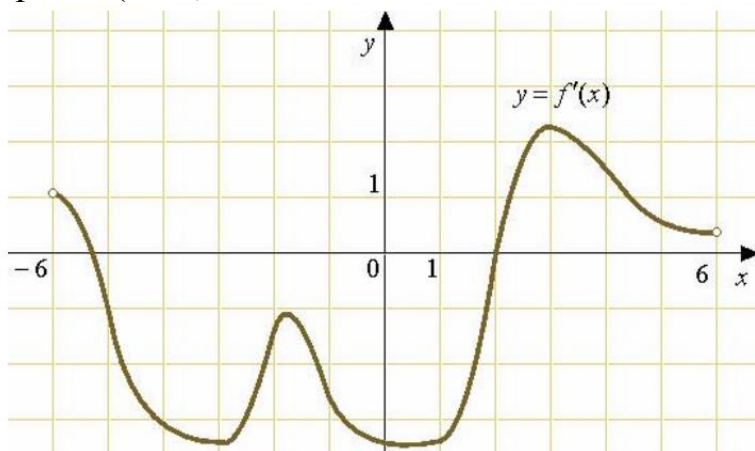
Решите уравнение  $2^{4-x} = 0,4 \cdot 5^{4-x}$ .

### Задание 6.

В ромбе ABCD угол DBC равен  $12^{\circ}$ . Найдите угол DAB. Ответ дайте в градусах.

**Задание 7.**

На рисунке изображен график  $y = f'(x)$  - производной функции  $f(x)$ , определенной на интервале  $(-6; 6)$ . Найдите точку экстремума функции  $f(x)$  на интервале  $(-4; 5)$ .

**Задание 8.**

В прямоугольном параллелепипеде  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  известно, что  $BB_1 = 16$ ,  $CD = 8$ ,  $BC = 11$ . Найдите длину диагонали  $DB_1$ .

**Задание 9.**

Найдите значение выражения  $8^{2\log_8 3}$ .

**Задание 10.**

Установка для демонстрации адиабатического сжатия представляет собой сосуд с поршнем, резко сжимающим газ. При этом объем и давления связаны соотношением  $pV^{1.4} = \text{const}$ , где  $p$  (атм.) – давление в газе,  $V$  – объем газа в литрах. Изначально объем газа равен 16л. а его давление равно одной атмосфере. В соответствии с техническими характеристиками поршень насоса выдерживает давление не более 128 атмосфер. Определите, до какого минимального объема можно сжать газ. Ответ выразите в литрах.

**Задание 11.**

Два велосипедиста одновременно отправились в 130 километровый пробег. Первый ехал со скоростью, на 3 км/ч большей, чем скорость второго, и прибыл к финишу на 3 часа раньше второго. Найдите скорость велосипедиста, пришедшего к финишу вторым. Ответ дайте в км/ч.

**Задание 12.**

Найдите наименьшее значение функции  $y = (x - 13)e^{x-12}$  на отрезке  $[11; 13]$ .

**Часть А**  
**Тестовые задания открытого типа**

**Задание 13.**

а) Решите уравнение  $\cos 3x + \sin x \cdot \sin 2x = 2 \cos^3 x + 2 \operatorname{tg} x$ .

б) Найдите все корни на промежутке  $\left[-\pi; \frac{3\pi}{2}\right]$ .

**Задание 14.**

В правильной треугольной призме  $ABCA_1B_1C_1$  со стороной основания равной  $1 + \sqrt{3}$  и высотой равной 2 проведено сечение через прямую  $BC$ , которое делит призму на 2 многогранника равных объемов.

1) Построить сечение это сечение.

2) Найти площадь этого сечения.

**Задание 15.**

Решите систему неравенств:

$$\begin{cases} 4^{\log_2 x} + x^2 < 8 \\ \log_{\frac{1}{\log_2 x}} (4x^2 - 20x + 22) < 0 \end{cases}$$

## ОТВЕТЫ К ПРИМЕРНЫМ ВАРИАНТАМ ЗАДАНИЙ ПО МАТЕМАТИКЕ

Вариант 1.

Задача В-1	8
Задача В-2	-10
Задача В-3	64
Задача В-4	0,253
Задача В-5	2
Задача В-6	20
Задача В-7	0,5
Задача В-8	4
Задача В-9	250
Задача В-10	2,2
Задача В-11	56
Задача В-12	-1
Задача В-13	а) $\frac{13\pi}{12} + 2\pi m$ ; б) $-\frac{11\pi}{12}; \frac{13\pi}{12}$
Задача В-14	$\frac{7}{17}$
Задача В-15	(0;1)

Вариант 2.

Задача В-1	5
Задача В-2	2
Задача В-3	26
Задача В-4	0,41904
Задача В-5	3
Задача В-6	156
Задача В-7	2
Задача В-8	21
Задача В-9	9
Задача В-10	0,5
Задача В-11	10
Задача В-12	12
Задача В-13	а) $(-1)^n \arcsin(1 - \sqrt{2}) + \pi$ ; б) $-\arcsin(1 - \sqrt{2}) - \pi$ ; $-\arcsin(1 - \sqrt{2}) + \pi$ ; $\arcsin(1 - \sqrt{2})$

Задача В-14	$\frac{5(2 + \sqrt{3})}{4}$
Задача В-15	$(\frac{3}{2}, \frac{5 - \sqrt{3}}{2})$



## ПРОГРАММА

вступительного испытания по предмету «Математика»

Ответственный за подготовку программы:  
Ширкунова Нина Васильевна

Автор  
Ширкунова Нина Васильевна